

# Zadania domowe

## 1. Pochodne funkcji wielu zmiennych

Wyznaczyć pochodne cząstkowe pierwszego i drugiego rzędu następujących funkcji :

$$1) u(x, y) = 4x^3 - 2xy^2 + 20 \ln y$$

$$2) u(x, y) = -10 \cos(5y) + 3 e^{2x}$$

$$3) u(x, y) = \sin(xy) \cdot 3x$$

$$4) u(x, y) = \frac{y^3 + x^2}{6x}$$

## 2. Uproszczone równania różniczkowe cząstkowe I i II rzędu

Rozwiązać następujące równania różniczkowe cząstkowe :

$$1) u_y - 4x^2y = 6$$

$$2) u_{xx} = 6 \cos y - 20x^3y^2$$

$$3) u_{xy} + 2xy = 3e^x$$

$$4) u_{yx} = u_y$$

### 3. Równania różniczkowe cząstkowe I rzędu

Rozwiązać następujące równania różniczkowe cząstkowe :

1)  $2yu_x + 3x^2u_y = 0$

2)  $xu_x + 2yu_y = 0$

3)  $xu_x + yu_y = 2u$

4)  $e^y u_x + xu_y = xu$

5)  $x^2yu_x + xy^2u_y = u^2$

### 4. Równania różniczkowe cząstkowe liniowe II rzędu

Rozwiązać następujące równania różniczkowe cząstkowe :

1)  $3u_{xx} + 10u_{xy} + 3u_{yy} = 0$

2)  $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} = 0$

Sprowadzić do postaci kanonicznej równanie

3)  $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} = 0$

### 5. Rozwiązywanie równań z warunkami początkowymi

Rozwiązać następujące równania różniczkowe cząstkowe :

1)  $xu_x - yu_y = 0$  z warunkiem początkowym  $u(2, y) = 4y^2$

2)  $xu_x + \frac{1}{2y}u_y = u$  z warunkiem początkowym  $u(1, y) = y^2$

3)  $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = 0$  z warunkami początkowymi  $\begin{cases} u(0, y) = 3y^2 \\ u_y(0, y) = 2y \end{cases}$